

УДК 373:51+51(075.3)  
ББК 22.1я721  
М34

6+

Авторы:

И. Р. Высоцкий, А. А. Макаров, Ю. Н. Тюрин, И. В. Ященко

### Условные обозначения



Важно



Вопросы



Справка, комментарий



Упражнения



Определение



Практическое задание,  
статистическое исследование



Начало и окончание материала для углублённого изучения



(или 13\*) Пункт, содержание которого не входит в обязательный минимум  
содержания ФГОС по математике

**120** Задание повышенной сложности

**Математическая вертикаль.** Теория вероятностей и статистика. 7—9 классы :  
М34 учеб. пособие для общеобразоват. организаций / [И. Р. Высоцкий и др.] ; под  
ред. И. В. Ященко. — М. : Просвещение, 2020. — 256 с. : ил. — ISBN 978-5-09-  
074559-8.

Учебное пособие предназначено для знакомства учащихся с формами представления и описания  
данных в статистике, случайными событиями, вероятностью и её свойствами. В пособии в равной  
мере уделяется внимание статистике, комбинаторике и теории вероятностей и их роли в изучении  
явлениями окружающего мира.

УДК 373:51+51(075.3)  
ББК 22.1я721

Учебное издание

Высоцкий Иван Ростиславович  
Макаров Алексей Алексеевич  
Тюрин Юрий Николаевич  
Ященко Иван Валерьевич



## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ВЕРТИКАЛЬ ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И СТАТИСТИКА

7—9 классы

Учебное пособие для общеобразовательных организаций

Редакция математики и информатики. Заведующий редакцией Е. В. Эргле. Ответственный за выпуск Л. В. Кузнецова. Редакторы Е. А. Разинкова, В. Г. Щепеткин. Младший редактор Е. А. Андреенкова. Художественный редактор Т. В. Глушкова. Художники О. В. Попович, А. В. Маслова. Компьютерная графика И. В. Губиной. Техническое редактирование и компьютерная вёрстка А. Н. Григорьева. Корректоры Е. В. Барановская, Н. В. Белозёрова

Налоговая льгота — Общероссийский классификатор продукции ОК 005-93—953000. Изд. лиц. Серия ИД № 05824 от 12.09.01. Подписано в печать 31.10.19. Формат 84×108 1/16. Бумага офсетная. Гарнитура SchoolBookCSanPin. Печать офсетная. Уч.изд. л. 21,82. Тираж 60 100 экз. Заказ № 5613ТДЛ.

Акционерное общество «Издательство «Просвещение».

Российская Федерация, 127473, г. Москва, ул. Краснопролетарская, д. 16, стр. 3, этаж 4, помещение I.

Предложения по оформлению и содержанию учебников — электронная почта «Горячей линии» —  
фри@prosv.ru.

Отпечатано в России.

Отпечатано по заказу АО «ПолиграфТрейд» в филиале «Тверской полиграфический комбинат  
детской литературы» ОАО «Издательство «Высшая школа». Российская Федерация, 170040, г. Тверь,  
проспект 50 лет Октября, 46. Тел.: +7 (4822) 44-85-98. Факс: +7 (4822) 44-61-51.

ISBN 978-5-09-074559-8

© Издательство «Просвещение», 2020

© Художественное оформление.

Издательство «Просвещение», 2020

Все права защищены

Вычислять что-либо в таблицах приходится часто. В любом персональном компьютере сейчас установлена программа, позволяющая быстро проводить вычисления с помощью электронных таблиц.

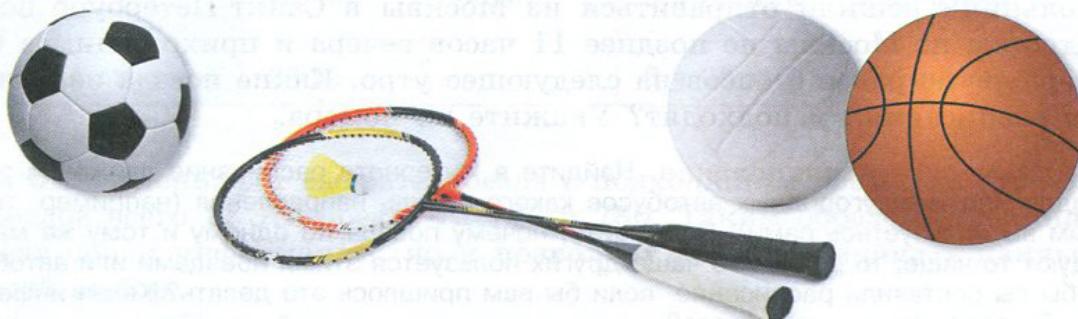
## Сметы

Если нужно купить много разных товаров, то удобно составить смету. **Смета** — это таблица со списком или планом расходов. В смете указывают нужные товары, цены и итоговую стоимость.

**ПРИМЕР.** Спортивный комитет выделил на закупку спортивного инвентаря для летнего лагеря 50 000 р. Было решено закупить футбольные, волейбольные и баскетбольные мячи, ракетки, воланы и сетку для бадминтона. Чтобы понять, как распределить деньги и сколько товаров купить, организаторы составили смету расходов (табл. 5.1).

Таблица 5.1. Смета расходов на покупку спортивного инвентаря

№ п/п	Наименование	Ед. измерения	Количество	Цена ед., р.	Стоимость, р.
1	Мяч футбольный	шт.	20	575,5	
2	Мяч волейбольный	шт.	20	500	
3	Мяч баскетбольный	шт.	10	800	
4	Ракетка бадминтонная	шт.	38	480	
5	Воланы	коробка	15	750	
6	Сетка для бадминтона	шт.	4	700	
					Итого:



В столбце «Стоимость» подводятся итоги по строкам: стоимость равна цене, умноженной на количество купленных единиц товара. Последняя строка в смете отличается от предыдущих. В этой строке подводят суммарные итоги в одном или нескольких столбцах таблицы.

Распределить деньги можно по-разному. Предположим, что спортивкомитет решил купить только футбольные и волейбольные мячи, ракетки для бадминтона и воланы. Тогда смета может быть такой, как в таблице 5.2.

# Оглавление

Предисловие . . . . .	3
Что такое статистика и как она связана с теорией вероятностей . . . . .	5
<b>Глава I. Таблицы . . . . .</b>	<b>7</b>
1. Статистические данные в таблицах . . . . .	8
2. Поиск информации в таблицах . . . . .	11
3. Вычисления в таблицах . . . . .	13
4. Крупнейшие города России . . . . .	18
5. Таблицы с результатами подсчётов и измерений . . . . .	19
<b>Глава II. Диаграммы . . . . .</b>	<b>25</b>
6. Столбиковые диаграммы . . . . .	26
7. Круговые диаграммы . . . . .	32
<b>Глава III. Описательная статистика . . . . .</b>	<b>37</b>
8. Среднее арифметическое . . . . .	38
9. Медиана . . . . .	42
10. Наибольшее и наименьшее значения. Размах . . . . .	46
11. Обозначения в статистике. Свойства среднего арифметического . . . . .	50
12. Частота значения . . . . .	53
13*. Среднее гармоническое и среднее геометрическое . . . . .	56
<b>Глава IV. Случайная изменчивость . . . . .</b>	<b>61</b>
14. Примеры случайной изменчивости . . . . .	62
15. Точность и погрешность измерений . . . . .	65
16. Тенденции и случайные отклонения . . . . .	68
17. Группировка данных и гистограммы . . . . .	72
18. Рост человека . . . . .	78
<b>Глава V. Случайные события и вероятность . . . . .</b>	<b>83</b>
19. Случайные события и случайные эксперименты . . . . .	84
20. Вероятности и частоты событий . . . . .	85
21. Монета и игральная кость в теории вероятностей . . . . .	88
22. Как узнать вероятность события . . . . .	90
23. Зачем нужно знать вероятность события . . . . .	91
<b>Глава VI. Рассеивание данных . . . . .</b>	<b>95</b>
24. Отклонения . . . . .	96
25. Дисперсия числового набора . . . . .	98
26. Стандартное отклонение числового набора . . . . .	101
27. Свойства дисперсии и стандартного отклонения . . . . .	104
28. Диаграммы рассеивания . . . . .	106
29. Линейная связь на диаграмме рассеивания . . . . .	112
<b>Глава VII. Математическое описание случайных явлений . . . . .</b>	<b>119</b>
30. Случайные опыты и элементарные события . . . . .	120
31. Вероятности элементарных событий. Равновозможные элементарные события . . . . .	123
32. Благоприятствующие элементарные события . . . . .	128
33. Вероятности событий . . . . .	131
34. Опыты с равновозможными элементарными событиями . . . . .	132
35. Случайный выбор . . . . .	136
<b>Глава VIII. Действия с событиями. Сложение вероятностей . . . . .</b>	<b>139</b>
36. Противоположное событие. Диаграммы Эйлера . . . . .	140
37. Объединение событий . . . . .	143

38. Пересечение событий . . . . .	146
39. Формула сложения вероятностей . . . . .	149
40. Решение задач с помощью координатной прямой . . . . .	152
<b>Глава IX. Условная вероятность. Умножение вероятностей . . . . .</b>	<b>155</b>
41. Условная вероятность. Правило умножения . . . . .	156
42. Дерево случайного опыта . . . . .	159
43. Независимые события . . . . .	164
44. Об ошибке Эдгара По и о том, как победить стеченье обстоятельств . . . . .	167
<b>Глава X. Элементы комбинаторики . . . . .</b>	<b>169</b>
45. Комбинаторное правило умножения . . . . .	170
46. Перестановки. Факториал . . . . .	172
47. Правило умножения и перестановки в задачах на вычисление вероятностей . . . . .	174
48. Число сочетаний . . . . .	176
49. Число сочетаний в задачах на вычисление вероятностей . . . . .	179
<b>Глава XI. Геометрическая вероятность . . . . .</b>	<b>181</b>
50. Выбор точки из фигуры на плоскости . . . . .	182
51. Выбор точки из отрезка и дуги окружности . . . . .	185
<b>Глава XII. Испытания Бернулли . . . . .</b>	<b>189</b>
52. Успех и неудача. Испытания до первого успеха . . . . .	190
53. Серия испытаний Бернулли . . . . .	194
54. Число успехов в испытаниях Бернулли . . . . .	196
55. Вероятности событий в испытаниях Бернулли . . . . .	198
56*. Случайный выбор из конечной совокупности . . . . .	201
<b>Глава XIII. Случайные величины . . . . .</b>	<b>205</b>
57. Примеры случайных величин . . . . .	206
58*. Распределение вероятностей случайной величины . . . . .	208
59*. Геометрическое распределение . . . . .	212
60*. Бинарная случайная величина и распределение Бернулли . . . . .	214
61*. Биномиальное распределение . . . . .	216
<b>Глава XIV. Числовые характеристики случайных величин . . . . .</b>	<b>219</b>
62*. Математическое ожидание случайной величины . . . . .	220
63*. Свойства математического ожидания . . . . .	224
64*. Дисперсия и стандартное отклонение . . . . .	227
65*. Свойства дисперсии . . . . .	230
66*. Математическое ожидание и дисперсия числа попыток в испытаниях до первого успеха . . . . .	232
67*. Математическое ожидание и дисперсия числа успехов в серии испытаний Бернулли . . . . .	236
<b>Глава XV. Закон больших чисел . . . . .</b>	<b>239</b>
68. Измерение вероятностей . . . . .	240
69*. Неравенство Маркова и неравенство Чебышёва . . . . .	242
70*. Закон больших чисел для средних (теорема Чебышёва) . . . . .	246
71*. Применение закона больших чисел . . . . .	247
<b>Ответы . . . . .</b>	<b>250</b>