

УДК 510.6:683.3:531

ББК 22в. 6

B24

Р е ц е н з е н т ы :

Доктор физико-математических наук, профессор *A.P. Абдуллаев*

Член-корреспондент РАН, доктор технических наук,

профессор *В.П. Матвиенко*

А в т о р ы :

В.Н. Ашихмин, М.Б. Гитман, И.Э. Келлер, О.Б. Наймарк,

В.Ю. Столбов, П.В. Трусов, П.Г. Фрик

B24 **Введение в математическое моделирование:** учеб. пособие /

Под ред. П.В. Трусова. – М.: Логос, 2015. – 440 с.

ISBN 978-5-98704-637-1

Рассмотрены основные понятия, определения, положения и подходы математического моделирования, представлена классификация математических моделей. Описаны основные этапы, технология построения математических моделей, приведены простые примеры ее применения. Анализируются особенности математического моделирования в условиях различных типов неопределенности, разработки моделей с применением структурного и имитационного подходов. Особое внимание уделено анализу линейных и нелинейных моделей, выявлению их качественных различий. Приведены сведения о современных разделах математики (вейвлеты, фракталь, клеточные автоматы), эффективно используемых при решении различных проблем нелинейной физики. Каждый из разделов снабжен перечнем заданий для самостоятельной работы.

Для студентов высших учебных заведений, обучающихся по направлению подготовки «Естественные науки и математика» и специальности «Прикладная математика». Представляет интерес для специалистов в области математического моделирования физико-математических процессов и явлений.

ББК 22в. 6

ISBN 978-5-98704-637-1

©Авторы, указанные на
обороте титульного листа,
2004, 2007, 2009
© Логос, 2015

ОГЛАВЛЕНИЕ

| | |
|---|-----------|
| Предисловие | 6 |
| Глава 1. Определение и назначение моделирования | 11 |
| 1.1. Что такое модель? | 13 |
| 1.1.1. Место моделирования среди методов познания | 13 |
| 1.1.2. Определение модели | 16 |
| 1.1.3. Свойства моделей | 19 |
| 1.1.4. Цели моделирования | 21 |
| 1.2. Классификация моделей | 23 |
| 1.2.1. Материальное моделирование | 24 |
| 1.2.2. Идеальное моделирование | 26 |
| 1.2.3. Когнитивные, концептуальные и формальные модели | 29 |
| 1.3. Классификация математических моделей | 36 |
| 1.3.1. Классификационные признаки | 36 |
| 1.3.2. Классификация математических моделей в зависимости от сложности объекта моделирования | 37 |
| 1.3.3. Классификация математических моделей в зависимости от оператора модели | 39 |
| 1.3.4. Классификация математических моделей в зависимости от параметров модели (рис. 1.9) | 42 |
| 1.3.5. Классификация математических моделей в зависимости от целей моделирования (рис. 1.11) | 48 |
| 1.3.6. Классификация в зависимости от методов реализации (рис. 1.12) | 50 |
| Вопросы для самопроверки | 54 |
| Задания для самостоятельного выполнения | 55 |
| Глава 2. Этапы построения математической модели | 56 |
| 2.1. Обследование объекта моделирования | 58 |
| 2.2. Концептуальная постановка задачи моделирования | 62 |
| 2.3. Математическая постановка задачи моделирования | 66 |
| 2.4. Выбор и обоснование выбора метода решения задачи | 72 |
| 2.5. Реализация математической модели в виде программы для ЭВМ | 78 |
| 2.6. Проверка адекватности модели | 82 |
| 2.7. Практическое использование построенной модели и анализ результатов моделирования | 86 |
| Вопросы для самопроверки | 90 |
| Задания для самостоятельного выполнения | 90 |

| | |
|--|-----|
| Глава 3. Примеры математических моделей | 92 |
| 3.1. Статический анализ конструкций | 94 |
| 3.2. Модель спроса-предложения | 100 |
| 3.3. Динамика популяций | 106 |
| 3.4. Модель конкуренции двух популяций | 116 |
| 3.5. Гармонический осциллятор | 128 |
| Задания для самостоятельного выполнения | 138 |
| Глава 4. Структурные модели | 142 |
| 4.1. Что такое структурная модель? | 143 |
| 4.2. Способы построения структурных моделей | 152 |
| 4.3. Примеры структурных моделей | 162 |
| Вопросы для самопроверки | 180 |
| Задания для самостоятельного выполнения | 180 |
| Глава 5. Моделирование в условиях неопределенности | 181 |
| 5.1. Причины появления неопределенностей и их виды | 183 |
| 5.2. Моделирование в условиях неопределенности, описываемой с позиций теории нечетких множеств | 188 |
| 5.3. Моделирование в условиях стохастической неопределенности | 205 |
| 5.4. Моделирование марковских случайных процессов | 228 |
| Вопросы для самопроверки | 241 |
| Задания для самостоятельного выполнения | 243 |
| Глава 6. Линейные и нелинейные модели | 245 |
| 6.1. О законе Гука и границах линейности | 246 |
| 6.2. Сплошные среды и уравнения математической физики. | |
| Линейные уравнения и принцип суперпозиции | 249 |
| 6.3. О построении сплошносредных моделей. | |
| Вывод волнового уравнения | 253 |
| 6.4. Решение волнового уравнения методом Фурье | 257 |
| 6.5. О характеристиках уравнений математической физики. | |
| Решение волнового уравнения методом Даламбера | 262 |
| 6.6. Уравнения Максвелла | 266 |
| 6.7. О классификации квазилинейных систем | 269 |
| 6.8. Связь непрерывного и дискретного на примерах | |
| уравнения колебаний струны и уравнения Шредингера | 272 |
| 6.9. О пользе феноменологии при построении | |
| математических моделей | 277 |
| 6.10. Анализ подобия и размерности | 282 |
| 6.11. Автомодельность | 287 |
| 6.12. Самоорганизация и структуры в нелинейных средах | 291 |
| 6.13. О нелинейных волнах в сплошных средах | 296 |

| | |
|---|------------|
| 6.14. Иерархические модели турбулентности и многомасштабные функциональные базисы | 304 |
| 6.15. Вейвлеты | 314 |
| 6.16. Вейвлет-анализ временных колебаний | 324 |
| 6.17. О фракталах и их применении | 332 |
| 6.18. Нелинейные модели ДНК | 360 |
| Задания для самостоятельного выполнения | 368 |
| | |
| Глава 7. Моделирование с использованием имитационного подхода | 369 |
| 7.1. Особенности моделей, использующих имитационный подход | 370 |
| 7.2. Имитатор системы массового обслуживания | 377 |
| 7.3. Клеточные автоматы | 382 |
| 7.4. Моделирование дислокаций в металле | 399 |
| Вопросы для самопроверки | 414 |
| Задания для самостоятельного выполнения | 414 |
| | |
| Приложения | |
| Приложение 1. Язык формального описания алгоритмов | 417 |
| Приложение 2. Численные методы (минимальные сведения) | 421 |
| | |
| Библиографический список | 431 |
| Предметный указатель | 435 |